

# 5 Geometrická optika

27. března 2010

Fyzikální praktikum FJFI ČVUT v Praze	
<b>Jméno:</b> Vojtěch Horný	<b>Datum měření:</b> 22. března 2010
<b>Pracovní skupina:</b> 2	<b>Ročník a kroužek:</b> 2. ročník, pondělí 13:30
<b>Spolupracoval:</b> Jaroslav Zeman	<b>Hodnocení:</b>

## Abstrakt

Cílem této úlohy bylo studium geometrické optiky, konstrukce optických systémů a ověřování jejich vlastností.

## 1 Úvod

Geometrická optika studuje šíření světla v prostředí, jehož rozměry jsou velké ve srovnání s vlnovou délkou světla. Vlnové jevy tedy nebere v potaz, uplatňuje se korpuskulární charakter záření.

## 2 Pracovní úkoly

1. Určete ohniskovou vzdálenost tenké spojky následujícími metodami: odhadem, autokolimací, ze znalosti polohy předmětu a jeho obrazu (pro čtyři různé polohy předmětu; provést též graficky). Pokud jste se v Základech fyzikálních měření již s těmito metodami seznámili, je pro Vás tento úkol nepovinný.
2. Besselovou metodou určete ohniskovou vzdálenost tenké spojky. V přípravě odvoďte rovnici č.(3) a načrtněte chod paprsků v obou případech, kdy je vidět ostrý obraz. Proč je nutná podmínka  $e > 4f$ ? Na čem závisí ohnisková vzdálenost čočky? Určete ohniskovou vzdálenost tenké rozptylky.
3. Besselovou metodou změřte ohniskovou vzdálenost mikroskopického objektivu a Ramsdenova okuláru. V přípravě vysvětlete rozdíl mezi Ramsdenovým a Huygensovým okulárem.
4. Abyste mohli určit optický interval mikroskopu v pracovním úkolu č. 7, určete nejprve polohy ohniskových rovin okuláru a objektivu. Rozmyslete si, zda potřebujete znát polohy jejich předmětových nebo obrazových ohniskových rovin.
5. Změřte zvětšení lupy při akomodaci oka na normální zrakovou vzdálenost. Stanovte z ohniskové vzdálenosti lupy zvětšení při oku akomodovaném na nekonečno.
6. Z mikroskopického objektivu a Ramsdenova okuláru sestavte na optické lavici mikroskop a změřte jeho zvětšení. Rozmyslete si, jak velký optický interval je vhodné zvolit.
7. Ze spojky +200 a Ramsdenova okuláru sestavte na optické lavici dalekohled a změřte jeho zvětšení přímou metodou a z poměru průměrů vstupní a výstupní pupily. V přípravě vysvětlete rozdíl mezi Galileovým a Keplerovým dalekohledem, načrtněte chod paprsků v obou případech.
8. Výsledky měření zvětšení mikroskopu a dalekohledu porovnejte s hodnotami vypočítanými z ohniskových vzdáleností a optického intervalu. Ohniskové vzdálenosti jste naměřili s určitou chybou, můžete proto spočítat i chybu vypočítaných zvětšení.

## 2.1 Základní pojmy a vztahy

### 2.1.1 Čočková rovnice

Tenká čočka je fyzikální pojem, který aproximuje optické vlastnosti skutečné čočky. Zanedbávají se barevné vady, astigmatismus i zkreslení způsobené její tloušťkou. Rozlišujeme konvexní čočky spojné s kladnou ohniskovou vzdáleností a záporné konkávní čočky rozptylné. Formulujeme zobrazovací rovnici čočky jako

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}. \quad (1)$$

Nutno podotknout, že tuto rovnici je možno používat pouze pro paraxální paprsky.  $a$  a  $a'$  představují vzdálenosti předmětu a obrazu od středu čočky,  $f$  je ohnisková vzdálenost čočky. Známe-li polohu předmětu a obrazu, můžeme vypočítat ze vztahu 1 ohniskovou vzdálenost čočky jako

$$f = \frac{aa'}{a + a'}. \quad (2)$$

## 2.2 Besselova metoda

Zvolíme-li pevnou vzdálenost  $e$  mezi zdrojem světla a stínítkem, pozorujeme, že pro dvě polohy spojné čočky se obraz zobrazí na stínítku ostře. Vztah (1) zůstává v platnosti, zaměníme-li  $a$  a  $a'$ . Je-li  $d$  vzdálenost dvou polohy čočky, kdy je obraz ostrý, můžeme vypočítat ohniskovou vzdálenost jako

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e}. \quad (3)$$

Máme vysvětlit, proč  $e > 4f$ . Z rovnice (1) přejdeme užitím  $a' = a - e$  ke tvaru

$$a^2 - ae + fe = 0.$$

Jedná se o kvadratickou rovnici, její diskriminant je  $D = e(e - 4f)$ . Má-li mít (1) reálné řešení, pak  $e > 4f$ .

Obrovskou výhodou této metody je, že není třeba měřit vzdálenost obrazu ani předmětu od čočky, která jsou v praxi obtížná.

## 2.3 Určení ohniskových rovin tlustých čoček

K tomuto měření využijeme poznatku, že předmět ležící v ohniskové rovině optické soustavy se zobrazí do nekonečna (tj. rovnoběžným svazkem paprsků). Budeme-li takový svazek pozorovat pomocným dalekohledem zaostřeným na nekonečno uvidíme ostrý obraz předmětu.

## 2.4 Měření s lupou

Lupa je spojná čočka s ohniskovou vzdáleností menší než konvenční zraková vzdálenost sloužící k optickému zvětšení předmětu umístěného v blízkosti. Umístíme-li pozorovaný předmět do ohniska čočky, platí pro úhlové zvětšení lupy

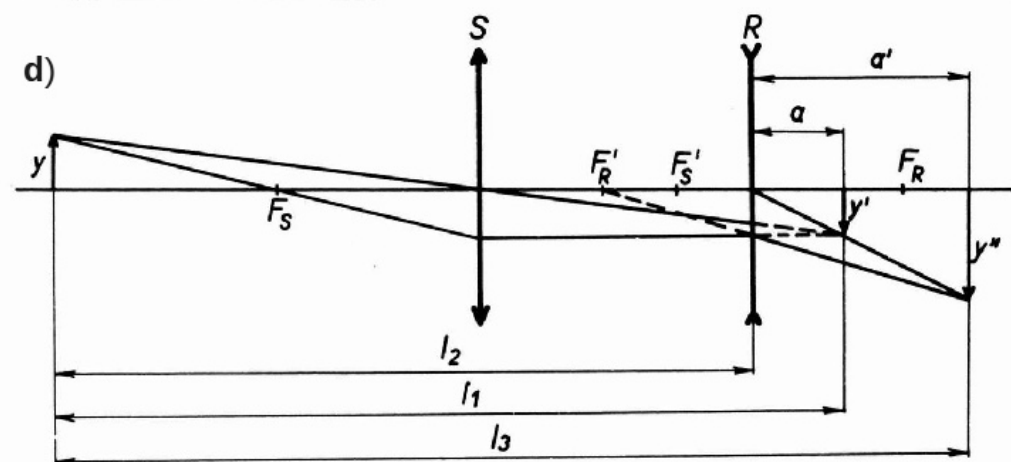
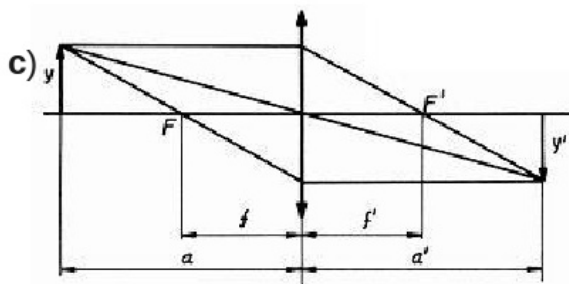
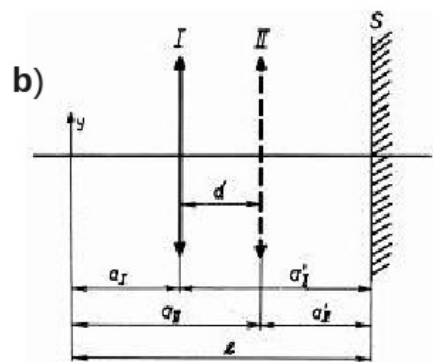
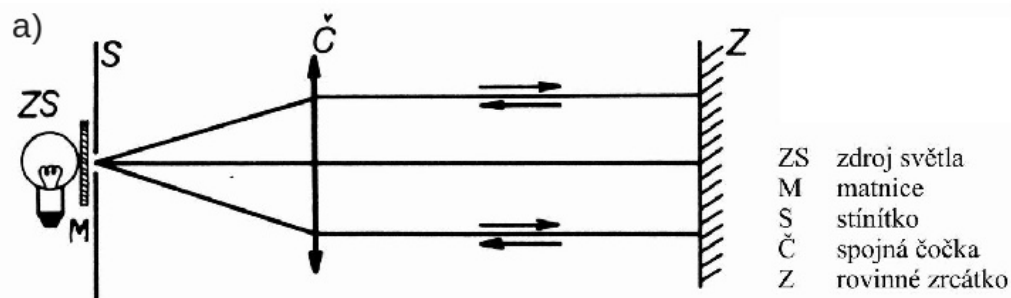
$$Z_{lupa} = \frac{d}{f}. \quad (4)$$

Konvenční zraková vzdálenost  $d$  je 25 cm,  $f$  je ohnisková vzdálenost lupy.

## 2.5 Huygensův a Ramsdenův okulár

Huygensův okulár, který je vhodný na menší zvětšení. Skládá se ze dvou plankonvexních čoček obrácených rovnou plochou k pozorovateli oku. Oční čočka (ta bližší k oku) má ohniskovou vzdálenost trojnásobně menší než druhá čočka (kolektiv, polní čočka) a výsledná ohnisková vzdálenost je rovna 3/2 ohniskové vzdálenosti oční čočky. Jejich vzájemná vzdálenost je dvojnásobek ohniskové vzdálenosti oční čočky.

Ramsdenův okulár se skládá ze dvou plankonvexních čoček stejné ohniskové vzdálenosti, obrácených k sobě vypuklými plochami. Jejich vzdálenost tvoří 2/3 ohniskové vzdálenosti. Výsledná ohnisková vzdálenost je 3/4 ohniskové vzdálenosti čoček.



Obrázek 1: Základní experimentální sestavy; a) autokolimace; b) Besselova metoda; c) měření ze znalosti polohy předmětu a obrazu; d) rozptylka

## 2.6 Mikroskop

Mikroskop je tvořen dvěma optickými systémy, okulárem a objektivem. Vzdálenost vnitřních ohnisek těchto soustav se nazývá optický interval, značíme  $\Delta$ . Zvětšení mikroskopu vypočteme jako

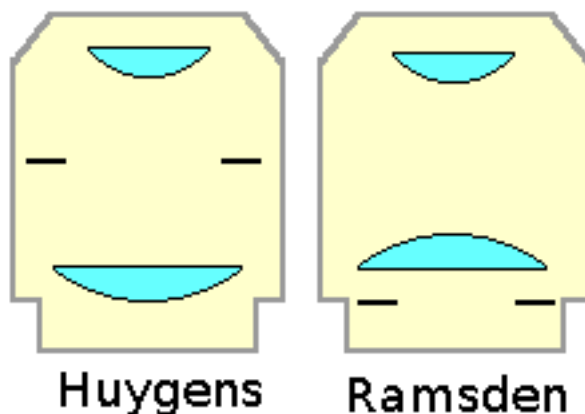
$$Z_{\text{mikroskop}} = \frac{d \cdot \Delta}{f_{\text{objektiv}} \cdot f_{\text{okular}}} \quad (5)$$

## 2.7 Dalekohledy

Keplerův dalekohled je tvořen dvěma spojnými systémy, které mají společnou optickou osu. Obrazové ohnisko objektivu splývá s předmětovým ohniskem okuláru. Nekonečně vzdálený objekt se tedy objektivem zobrazí do ohniska, okulárem je pak tento předmět pozorován jako lupou. Určitou nevýhodou Keplerova dalekohledu je to, že pozorovaný obraz je převrácený.

Galileův dalekohled používá jako okulár rozptylný systém. Objektiv má oproti okuláru velkou ohniskovou vzdálenost. Zvětšení obou přístrojů se vypočítá podle vztahu

$$Z_{\text{dalekohled}} = \frac{f_{\text{objektiv}}}{f_{\text{okular}}} = \frac{D_1}{D_2} \quad (6)$$



Obrázek 2: Huygensův a Ramsdenův okulár

kde  $D_1$  a  $D_2$  jsou průměry vstupní a výstupní pupily.

### 3 Experimentální uspořádání a pracovní postup

#### 3.1 Pracovní pomůcky

Optická lavice s jezdcí a držáky čoček, světelný zdroj pro optickou lavici, mikroskopický objektiv, Ramsdenův okulár v držáku s Abbeho kostkou, spojné čočky +100, +200, rozptylka -100, matnice, clona s otvorem, clona se šipkou, pomocný světelný zdroj s milimetrovou stupnicí, objektivový mikrometr se stupnicí 100 x 0,01 mm, matnička se stupnicí 50 x 0,1 mm, pomocný mikroskop se stupnicí v zorném poli dělenou po 0,1 mm, pomocný dalekohled.

#### 3.2 Pracovní postup

##### 3.2.1 Základní úkoly

Jelikož jsem neabsolvoval ZFM 2, museli jsme splnit tyto pro jiné nepovinné úkoly.

**Ohnisková vzdálenost odhadem** Princip metody spočívá v tom, že obraz předmětu značně vzdáleného vzniká v ohniskové rovině čočky a je skutečný. Vzdálenost čočky od stínítka jsme odečetli na optické lavici měřítkem a dostali tak přímo ohniskovou vzdálenost čočky.

**Autokolimace** Sestavili jsme experiment podle schématu na obrázku 1a. Posunujeme-li čočkou tak, že se zobrazovaný otvor stínítka dostane do jejího ohniska, budou paprsky za čočkou rovnoběžné s osou čočky. Proto se otvor ve stínítku po odrazu paprsků na zrcadle zobrazí ostře zpět v ohnisku čočky. Nepatrným sklopením zrcátka  $Z$  dosáhneme toho, že tento ostrý obraz padne těsně vedle zobrazovaného otvoru (autokolimace). Změřili jsme vzdálenost čočky od stínítka, ta pak udává ohniskovou vzdálenost čočky.

**Ohnisková vzdálenost z polohy předmětu a obrazu** Dostáváme

$$f = \frac{aa'}{a + a'}$$

Změřili jsme vzdálenosti  $a$  a  $a'$  a přímým výpočtem ze vztahu 2 zjistili  $f$ . Schéma je na obrázku 1c.

##### 3.2.2 Ohnisková vzdálenost spojky Besselovou metodou

Na optickou lavici jsme umístili zdroj světla, clonu s otvorem ve tvaru šipky, spojnou čočku označenou +200 a stínítko. Určili jsme pevně vzdálenost mezi clonou a stínítkem na posouváním čočky jsme hledali dvě polohy, kdy se na stínítku zobrazí ostrý obraz. Dále jsme zaznamenávali pouze vzdálenost dvou poloh. Schéma je na obrázku 1b.

### 3.2.3 Ohnisková vzdálenost tenké rozptylky

Při zobrazování rozptylkou nevzniká skutečný obraz. Přesto však můžeme určit ohniskovou vzdálenost rozptylky podobnou metodou jako v předchozí úloze. Vyměnili jsme spojku +200 za spojku +100 a mezi tuto spojku a stínítko jsme umístili rozptylku +100, jejíž ohniskovou vzdálenost jsme měřili. Spojku jsme pevně zaaretovali a stínítkem posunovali po optické ose, dokud jsme nenašli polohu, při které na něm vznikne skutečný ostrý obraz. Schéma je na obrázku 1d.

### 3.2.4 Ohnisková vzdálenost mikroskopického objektivu a Ramsdenova okuláru

Z experimentální sestavy jsme odňali neprodyšnou clonu a nahradili jí průsvitnou stupnicí délky 5 mm dělenou po 0,1 mm. Dále jsme na lavici přidali Ramsdenův okulár s Abbeho kostkou a zrcátkem, nebo mikroskopický objektiv. Jejich ohniskové vzdálenosti jsme měřili Besselovou metodou. Obraz jsme pozorovali pomocným mikroskopem.

### 3.2.5 Polohy ohniskových rovin objektivu a okuláru

Měření polohy ohniskových rovin objektivu a okuláru mělo spíše informativní účel pro další úlohy. Šlo o to určit prostorovou topologii soustavy. Vlastnosti prostorového uspořádání ale nejsou pevně definovány. Měření samotné nebylo příliš přesné, výsledkem bylo jen to, že jsme si zapamatovali umístění ohniskových rovin vzhledem k nějaké pevné části přístroje.

### 3.2.6 Zvětšení lupy

Pomocí Abbeovy kostky byl světelný paprsek rozdělen a my jsme pozorovali pomocí okuláru zároveň jak lupou zvětšený, tak i nezvětšený obraz. Srovnávali jsme poměr mezi nimi.

### 3.2.7 Zvětšení mikroskopu

Postup analogický jako u lupy.

### 3.2.8 Zvětšení dalekohledu

Na optické lavici jsme setavili dalekohled ze spojné čočky +200 a Ramsdenova okuláru. Umístili jsme jej na trojnožku a pozorovali vzdálený objekt, měřící stupnici o délce 1 metr na zdi. Opět jsme díky Abbeově kostce pozorovali zvětšený a nezvětšený obraz zároveň.

## 4 Experimentální data a výsledky měření

### 4.1 Základní úkoly

Výsledné naměřené ohniskové vzdálenosti se od sebe výrazně liší. Patrně nejméně přesná je metoda určování  $f$  odhadem, výrazný rozdíl oproti jiným metodám spočívá v tom, že jsme aproximovali vzdálenost 1 metr nekonečnem.

metoda	ohnisková vzdálenost [cm]
odhad	$24,6 \pm 0,8$
autokolimace	$18,8 \pm 0,6$

Data z měření metodou založenou na znalosti vzdálenosti obrazu a předmětu jsou i s vypočtenou hodnotou ohniskové vzdálenosti v tabulce 1.

č. m	a [cm]	a' [cm]	f [cm]
1	30,0	49,5	18,68
2	35,0	39,8	18,62
3	40,0	34,9	18,64
4	50,0	30,2	18,83
			$18,69 \pm 0,05$

Tabulka 1: Měření ohniskové vzdálenosti  $f$  tenké spojky na základě měření vzdálenosti předmětu  $a$  a obrazu  $a'$  od čočky

## 4.2 Besselova metoda pro tenkou spojku

Besselova metoda nevyšla podle našich představ. Chyba je velmi vysoká, měli jsme několik měření ještě přidat.

č. m	d [cm]	e [cm]	f [cm]
1	50,0	100,0	18,75
2	43,1	95,0	18,86
3	35,2	90,0	19,06
			18,89 ± 0,09

Tabulka 2: Měření ohniskové vzdálenosti  $f$  tenké spojky Besselovou metodou;  $d$  - vzdálenost poloh spojky, kdy je obraz na stínítku ostrý,  $e$  - vzdálenost zdroje od stínítka

## 4.3 Ohnisková vzdálenost pro tenkou rozptylku

Naměřili jsme dvě hodnoty, jsou uvedeny v tabulce 3. Měření bylo velmi nepřesné.

č. m.	$l_1$ [cm]	$l_2$ [cm]	$l_3$ [cm]	f [cm]
1	40,0	46,0	54,3	-10,34
2	75,0	78,8	82,1	-8,18
				-9,3±0,9

Tabulka 3: Měření ohniskové vzdálenosti  $f$  tenké rozptylky;  $l_i$  - vzdálenosti v souladu s obrázkem 1d

## 4.4 Ohniskové vzdálenosti mikroskopického objektivu a Ramsdenova okuláru

Besselovou metodou jsme určili ohniskovou vzdálenost mikroskopického objektivu na  $f_m = (2,3 \pm 0,2)$  cm a Ramsdenova okuláru na  $f_R = (3,0 \pm 0,2)$  cm.

## 4.5 Zvětšení lupy

Pozorovali jsme měřítko dělené po 0,1 mm a srovnávali obraz zvětšený lupou a nezvětšenou stupnici v konvenční zrakové vzdálenosti. Podle mě bylo pozorované zvětšení  $Z_{lupa} = (8,8 \pm 0,5)$ . Výpočtem ze vztahu (4) vychází  $Z_{lupa} = (8,3 \pm 0,5)$ . Hodnoty se tedy nevyklučují, chyba je bohužel poměrně velká.

## 4.6 Zvětšení mikroskopu

Přímým pozorováním jsme určili zvětšení mikroskopu na  $Z_m = (8,5 \pm 0,5)$ . Optický interval při tomto měření byl  $\Delta = (24 \pm 5)$  cm, výpočtem získáváme prakticky nepoužitelnou hodnotu  $Z_m = (8 \pm 2)$ .

## 4.7 Zvětšení dalekohledu

Stihli jsme pouze určit zvětšení přímou metodou, dospěli jsme ke shodě, že zvětšení dalekohledu je  $Z_d = (5,5 \pm 0,4)$ . Výpočtem podle vztahu (6) dospějeme k výsledku  $Z_d = (6,2 \pm 0,8)$ .

## 5 Diskuse

Toto měření bylo velmi často subjektivní záležitostí, chyby jsme proto poněkud nadhodnotili. Pro přesnější výsledky by bylo třeba mít více času na každé měření. Určení konfigurace aparatury, kdy je na stínítku nejostřejší obraz, vyžaduje větší pečlivost, než jsme byli schopni odečítání věnovat.

Systematickou chybou mohlo být i odečítání vzdáleností na optické lavici. Předpokládali jsme vždy, že označená ryska odpovídá skutečné pozici na součástce.

Velmi subjektivní bylo i měření za použití Abbeho kostky. Velmi dlouho jsme vždy diskutovali o tom, co vlastně vidíme.

Konvenční zraková vzdálenost je tabulková hodnota pro zdravé oko. Nicméně já na tuto vzdálenost se svou vadou již skoro nevidím. Tento vliv také rozhodně stojí za zamyšlení.

## 6 Závěr

Změřili jsme ohniskové vzdálenosti spojky, rozptylky, Ramsdenova okuláru a mikroskopického objektivu. Následně jsme přímou metodou i výpočtem určili zvětšení Ramsdenova okuláru, který představoval lupu, a mikroskopického objektivu. Z mikroskopického objektivu a Ramsdenova okuláru jsme sestavili mikroskop a ze spojky a okuláru i dalekohled. Opět jsme určili zvětšení těchto přístrojů jak přímou metodou, tak výpočtem. Veškeré hodnoty naleznete přehledně zapsané v tabulce 4.

ohnisková vzdálenost čočky +200 odhad	$(25 \pm 1)$ cm
ohnisková vzdálenost čočky +200 autokolimace	$(18,8 \pm 0,6)$ cm
ohnisková vzdálenost čočky +200 dle vztahu (1)	$(18,69 \pm 0,05)$ cm
ohnisková vzdálenost čočky +200 Bessel	$(18,89 \pm 0,09)$ cm
ohnisková vzdálenost čočky -100	$(-9,3 \pm 0,9)$ cm
ohnisková vzdálenost čočky mikroskopického objektivu	$(2,3 \pm 0,2)$ cm
ohnisková vzdálenost čočky Ramsdenova okuláru	$(3,0 \pm 0,2)$ cm
zvětšení lupy - Ramsdenova okuláru přímo	$8,5 \pm 0,5$
zvětšení lupy - Ramsdenova okuláru dle vztahu (4)	$8,3 \pm 0,5$
zvětšení mikroskopu přímo	$8,8 \pm 0,5$
zvětšení mikroskopu dle vztahu (5)	$8 \pm 2$
zvětšení dalekohledu přímo	$5,5 \pm 0,4$
zvětšení dalekohledu dle vztahu (6)	$6,2 \pm 0,8$

Tabulka 4: Shrnutí výsledků

## Reference

- [1] BROŽ, J.: *Základy fyzikálních měření I* SPN, Praha, 1983
- [2] FJFI ČVUT, *Geometrická optika - Ohniskové vzdálenosti čoček a zvětšení optických přístrojů* [online], [cit. 25. března 2010], <http://praktika.fjfi.cvut.cz/GeomOptika/>
- [3] Bílek, F., *Okulár* [online], [cit. 25. března 2010], <http://web.quick.cz/frantabilek/vybaveni/okular/okular.html>
- [4] MACHÁČEK M. : *Matematické, fyzikální a chemické tabulky* Prometheus, Praha, 2005, ISBN 80-7196-264-3